

文章编号 1004-924X(2023)22-3289-16

基于复合标定和极限学习机的关节臂式 坐标测量机残差建模及补偿

高贯斌, 谢佩, 刘飞*, 那靖
(昆明理工大学机电工程学院, 云南昆明 650500)

摘要:运动学标定是提高关节臂式坐标测量机精度的主要方法,但运动学标定后的残余误差对其测量精度和稳定性仍有很大影响。本文提出一种基于复合标定和极限学习机的关节臂式坐标测量机残差建模及补偿方法,以提高关节臂式坐标测量机的测量精度。首先,在关节臂式坐标测量机运动学建模和误差建模的基础上,建立了运动学参数辨识模型,并依次进行角度参数辨识、长度参数辨识和长度参数等比例缩放的复合辨识,完成了七自由度关节臂式坐标测量机的运动学标定。其次,通过对标定后残余误差图谱的分析,发现残余误差与测量构型有关联,进而构建了以测量摆角、仰角、距离和转角为变量的测量构型。由于测量构型变量与残余误差存在强非线性关系,提出一种基于极限学习机的残余误差预测和补偿方法。通过实验对本文所提模型及方法的有效性进行验证,结果表明:进行残差修正后关节臂式坐标测量机的单点测量误差最大值由 0.061 mm 下降到 0.044 mm,误差均值由 0.023 mm 下降到 0.017 mm,误差标准差由 0.011 mm 下降到 0.007 mm;长度测量误差最大值由 0.137 mm 下降到 0.074 mm,误差均值由 0.033 mm 下降到 0.021 mm,误差标准差由 0.037 mm 下降到 0.019 mm。

关键词:关节臂式坐标测量机;残余误差;测量构型;极限学习机;复合标定

中图分类号:TP242.6 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/OPE.20233122.3289

Residual modelling and compensation for articulated arm coordinate measuring machines based on compound calibration and extreme learning machine

GAO Guanbin, XIE Pei, LIU Fei*, NA Jing

(Faculty of Mechanical and Electrical Engineering, Kunming University of Science and Technology,
Kunming 650500, China)

* Corresponding author, E-mail: feiliu2017@foxmail.com

Abstract: Kinematic calibration is a common method for enhancing the accuracy of articulated arm coordinate measuring machines (AACMMs). However, the residual errors after calibration can affect its measurement accuracy and stability. In this study, we propose a residual error compensation method based on a compound calibration and extreme learning machine to improve the measurement accuracy of AACMMs. First, we establish the kinematic parameter identification model based on the kinematic modeling of AACMM. Furthermore, we conduct angle parameter identification, length parameter identification, and

收稿日期:2023-04-03;修订日期:2023-05-28.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 52265001);云南省科技厅基础研究重点项目资助(No. 202201AS070033)

length parameter scaling to complete the compound kinematic calibration. Subsequently, we construct the measurement configuration with the measurement angle, elevation angle, distance, and rotation angle as variables to analyze the residual error map. The proposed residual error compensation method is based on an extreme learning machine owing to the strong nonlinear relationship between the measurement configuration variables and the residual errors. We verify the validity of the proposed method through experiments. The results show that the maximum value of the single point measurement error of the AACMM decreases from 0.061 mm to 0.044 mm, the mean value of measurement error decreases from 0.023 mm to 0.017 mm, and the standard deviation of measurement error decreases from 0.011 mm to 0.007 mm after residual correction. Furthermore, the maximum length measurement error decreases from 0.137 mm to 0.074 mm, the mean measurement error decreases from 0.033 mm to 0.021 mm, and the standard deviation of measurement error decreases from 0.037 mm to 0.019 mm.

Key words: Articulated Arm Coordinate Measuring Machines(AACMM); residual; measuring configuration; extreme learning machine; compound calibration

1 引言

关节臂式坐标测量机(Articulated Arm Coordinate Measuring Machines, AACMM)是一种采用旋转角度为测量基准的便携式三坐标测量设备,与测量软件结合可以进行长度、角度、平面度、同轴度、圆度等几何特征的测量^[1]。关节臂式坐标测量机具有通用性强、测量范围大以及方便现场测量等优点,在汽车制造、模具设计、零件检测、设备维护等领域得到应用^[2]。与传统三坐标测量机相比,关节臂式坐标测量机的精度较低,限制了其在高精度领域的应用。因此,如何进一步提高关节臂式坐标测量机的测量精度一直是本领域的研究热点。

引起关节臂式坐标测量机误差的因素可分为静态因素和动态因素。静态因素主要是由运动学参数误差引起的,可采用运动学标定的方法解决^[3-5]。因为工业机器人与关节臂式坐标测量机结构类似,所以二者的运动学标定方法相似且主要集中于建模、测量、参数辨识和误差补偿方面。

运动学参数辨识的研究主要集中于引入智能搜索算法、构建适当的辨识策略以快速准确地求解运动学误差方程。Cholmin等^[6]提出了一种小生境混沌优化算法(Niche Chaotic Optimization Algorithm)并运用到关节臂式坐标测量机的运动学标定中,有效地降低了均方根偏差。Chen等^[7]将改进甲虫算法应用到KR500L340-2型工业机器人进行运动学参数辨识中,在完成参数误

差补偿后KR500L340-2的位置误差平均值从2.95 mm减小到0.20 mm。另外,内点法^[8]、L-M算法^[9]和改进教学-模拟退火算法^[10]等也被应用于关节式机器人的参数辨识之中。然而,关节臂式坐标测量机的运动学参数数量多,构成的参数辨识矩阵维度高,使得智能优化算法的求解效率低且易陷入局部最优^[11]。

运动学建模方面主要致力于使得关节臂式坐标测量机的运动学模型变得完整、非冗余且连续。Benciolini等^[12]提出了基于四元数的关节臂式坐标测量机运动学新模型用以避免D-H模型平行关节不连续的问题。冯旭刚等^[13]将广义几何误差模型运用到关节臂式坐标测量机运动学建模当中,克服了D-H模型不连续和无法包含静态柔性误差的问题,有效地提升了关节臂式坐标测量机的测量精度。此外,MCPC模型^[14]、POE模型^[15]和多传感器坐标测量机参数模型^[16]等也被应用于关节式机器人的运动学建模之中。其中POE只需要两个参考坐标系(工具坐标系和基础坐标系)就可表达出机械臂末端执行器工具坐标系相对于其基础坐标系的位姿,但是,POE仍然无法摆脱参数冗余和计算量大的问题^[17]。

为了解关节臂式坐标测量机或机器人的运动学参数误差方程,通常需要准确测量末端位姿信息或进行有效物理约束。可用于关节臂式坐标测量机末端位置测量的仪器主要有激光跟踪仪、光学动捕系统、相机^[18]等。但是,激光跟踪

仪价格高昂且需要特定的夹持装置对关节臂式坐标测量机进行固定,在实际应用中不现实且操作繁琐,动捕系统布置周期长且所需空间大,相机的测量精度通常是达不到 0.1 mm 从而无法满足测量精度要求。目前,工业现场主要采用锥孔约束测头进行关节臂式坐标测量机自标定的方法,无需外部测量仪器,便于在现场应用。但是传统自标定采用的是单点重复标定方法,单点重复标定只能将角度参数准确辨识出来,长度参数存在等比例缩放的问题,需要借助精密测量设备对部分长度参数进行测量并在辨识中进行固定。为此提出一种基于单点和空间距离的复合自标定方法完成运动学标定,用以弥补传统自标定方法的不足。

关节臂式坐标测量机受重力、轴系晃动、关节回转不均匀等动态因素影响而产生的误差称为残余误差,残余误差无法通过运动学标定消除。目前,关节臂式坐标测量机残差补偿方法可分为两大类,第一类是研究残差特性,建立残差与测量构型等变量的关联模型,进行残差预测和补偿;第二类不寻求建立模型,而是基于神经网络,根据测头位置或关节转角进行残差预测和补偿。

Hamana 等^[19]分析了局部关节挠度带来的误差,基于测量姿态进行了残差补偿建模补偿。许铀等^[20]分析了多关节测量系统关节角度与末端执行器残差之间的关系,并建立了残差数据库以修正系统误差。高群等^[21]提出一种基于多项式模型的单点测量残差校正方法,研究了圆柱坐标系中关节旋转角度与残差之间的关系,建立的多项式误差补偿模型,并补偿了关节臂式坐标测量机的残差。

Zhao 等^[22]提出了一种使用 LM 算法进行运动学误差标定,然后使用由思维进化算法优化的反向传播神经网络进行非运动学误差补偿的方法。类似地,工业机器人的残差补偿方法对关节臂式坐标测量机也存在借鉴意义。Zhao 等^[23]使用激光跟踪仪大规模测量不同构型下末端位姿信息,以关节转角为输入、实际位姿误差为输出,建立了一种基于深度神经网络残差补偿模型,以 KUKA 工业机器人为实验对象完成了残余误差

补偿实验,使得机器人的最大误差由 1.96 mm 减小到 0.22 mm。Nguyen 等^[24]在运动学标定的基础上设计了一个三层的人工神经网络用于拟合 1 到 3 关节与机器人残余误差之间的非线性关系,完成 PUMA560 型工业机器人非几何误差补偿模型的建立,补偿后机器人的误差从 4.065 4 mm 下降到 0.336 8 mm。

综上所述,残差建模的方法为了构建补偿模型方便,通常在第 5 关节坐标系中建立残差补偿模型,需通过变换才能得到基坐标系下的残差补偿值,在转换的过程中难免会引入转换误差,从而影响补偿效果。基于神经网络的“黑箱”式残差补偿方法,需要工作空间采集大量数据用于训练网络,才能保证残差补偿泛化性,但是,关节臂式坐标测量机通常具有 6 个或者 7 个关节,这么高的维度下需要的数据是海量的,而且测头的三维空间位置坐标的准确值测量也非常困难。

针对上述问题,本文通过构建测量构型与残差的关系,提出一种在测头坐标系的基于复合标定和极限学习机的关节臂式坐标测量机残差补偿方法,其数据量需求少、效率和精度高,本文的主要贡献和创新点总结如下:

(1)针对关节臂式坐标测量机标定中长度参数具有等比例缩放现象,辨识出来的长度参数不准确的问题,提出一种依次进行角度参数辨识、长度参数辨识和长度参数等比例缩放的复合辨识方法,完成了七自由度关节臂式坐标测量机的运动学标定。

(2)通过对标定后关节臂式坐标测量机残余误差分布图谱分析,发现残余误差与测量构型参数之间存在密切关系,通过基坐标系原点、第四关节坐标系原点和第六关节坐标系原点构建了以测量摆角、仰角、距离和转角为变量的测量构型,由于测量构型与残余误差存在高阶非线性关系,本文采用极限学习机(Extreme Learning Machine, ELM)建立残余误差补偿模型,对残余误差进行补偿。

(3)利用本文提出的复合参数辨识和残余误差补偿方法对关节臂式坐标测量机进行了标定和补偿实验,结果证明了本文所提模型及方法可有效提高关节臂式坐标测量机的精度。

2 运动学建模及标定

2.1 运动学正解及运动学误差建模

本文以某通用型 7 自由度关节臂式坐标测量机作为测试对象,如图 1 所示,其由基座、2 个连杆、7 个旋转关节和测头组成。

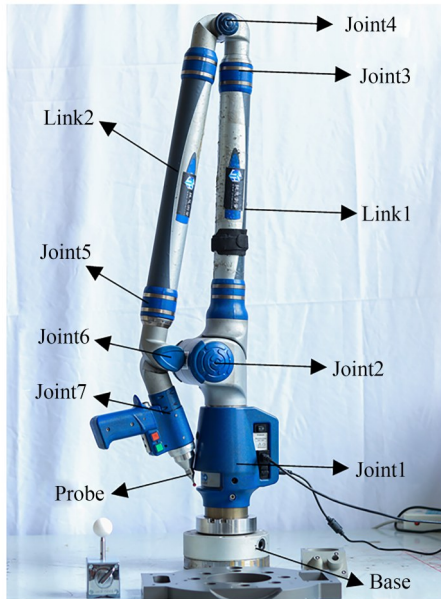


图 1 某通用型 7 自由度关节臂式坐标测量机

Fig.1 7-DoF articulated arm coordinate measuring machine

2.1.1 运动学正解

本文采用 D-H 方法对关节臂式坐标测量机进行运动学建模, D-H 法中定义了四个参数,分别是关节长度、杆件长度,杆件扭转角和关节转角。其中四个参数的定义如下^[25]:

关节长度 a_{i-1} :沿 x_i 轴上 z_{i-1} 与 z_i 之间的距离;
杆件长度 d_i :沿 z_{i-1} 轴上 x_{i-1} 与 x_i 之间的距离;
杆件扭转角 α_{i-1} :从 z_{i-1} 到 z_i 绕 x_i 轴旋转的旋转角度,绕 x_i 逆时针转向为正;

关节转角 θ_i :从 x_{i-1} 到 x_i 绕 z_{i-1} 轴旋转的旋转角度,绕 z_{i-1} 逆时针转向为正。

根据 D-H 法建立得到关节臂式坐标测量机的坐标系,如图 2 所示。

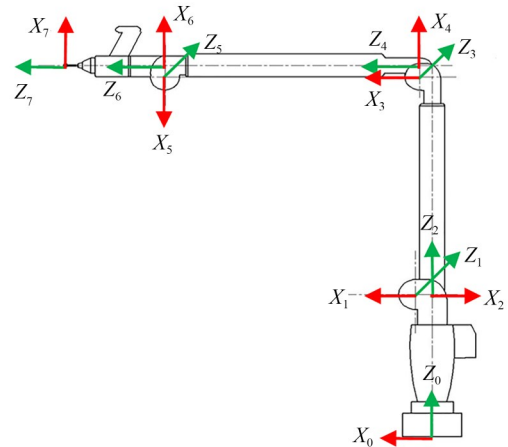


图 2 关节臂式坐标测量机坐标系

Fig.2 Coordinate systems of the AACMM

每个关节坐标系有 4 个运动学参数,测头有 3 个参数,则七自由度关节臂式坐标测量机共有 31 个运动学参数。对关节臂式坐标测量机的结构进行初始测量可得这些参数的初始值,如表 1 所示。

完成关节臂式坐标测量机的运动学建模后,通过平移和旋转可以得到坐标系 $\{x_{i-1}, y_{i-1}, z_{i-1}\}$ 到 $\{x_i, y_i, z_i\}$ 的齐次变换矩阵 $T_{i-1, i}$:

表 1 运动学参数初始测量值

Tab.1 Nominal value of kinematic parameter

No. of joints	Linkage length	Linkage offset	Torsion angle	Joint zero offset
i	a_{i-1}/mm	d_i/mm	α_{i-1}/rad	θ_{i0}/rad
1	42	155	1.570 8	0
2	42	0	1.570 8	0
3	-28	600	-1.570 8	0
4	-28	0	-1.570 8	0
5	28	600	1.570 8	0
6	-30	0	-1.570 8	0
7	0	230	0	0
$l_x=0, l_y=0, l_z=0(\text{mm})$				

$$T_{i-1,i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & a_{i-1} \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & -\cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \sin \alpha_{i-1} & a_{i-1} \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

通过依次右乘相邻关节坐标系变换矩阵,可得到第7关节坐标系在基坐标系下的位姿矩阵:

$$T_{0,7} = T_{0,1} \cdot T_{1,2} \cdot T_{2,3} \cdot T_{3,4} \cdot T_{4,5} \cdot T_{5,6} \cdot T_{6,7} \quad (2)$$

将 $T_{0,7}$ 右乘齐次化测头偏置向量 $(l_x, l_y, l_z, 1)^T$, 可得到测头在基座坐标系下的齐次坐标 $(x, y, z, 1)$:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = T_{0,1} \cdot T_{1,2} \cdot T_{2,3} \cdot T_{3,4} \cdot T_{4,5} \cdot T_{5,6} \cdot T_{6,7} \cdot \begin{bmatrix} l_x \\ l_y \\ l_z \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.1.2 运动学误差建模

通常可以将关节臂式坐标测量机的测头固定于一锥孔中,以保持测头球心位置不变,通过改变各关节转角,获得一系列的关节转角数据,利用这些数据通过式(3)计算出的测头坐标值理论上应该是相同的^[26],但由于运动学参数存在误差的原因,实际上计算得到的测头坐标值并不相同,测头坐标的重复性误差反映了运动学参数的误差。因此,可以将测头在某一锥孔点的重复误差作为目标函数,通过最优化方法对运动学参数进行辨识。

测头的单点重复误差 ΔP 主要由运动学参数误差 $(\Delta d_i, \Delta \alpha_{i-1}, \Delta a_{i-1}, \Delta \theta_{i0}, \Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z)$ 所决定,其中 Δd_i 为杆件长度误差、 Δa_{i-1} 为关节长度误差、 $\Delta \alpha_{i-1}$ 为杆件扭转角误差、 $\Delta \theta_{i0}$ 为关节转角零位误差、 $(\Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z)$ 为测头偏置误差。这些偏差通常足够小,因此可以用微分运动原理建立运动学误差模型,即:

$$\Delta P = \sum_{i=1}^7 \frac{\partial P}{\partial a_{i-1}} + \sum_{i=1}^7 \frac{\partial P}{\partial d_i} + \sum_{i=1}^7 \frac{\partial P}{\partial a_{i-1}} + \sum_{i=1}^7 \frac{\partial P}{\partial \theta_i} \quad (4)$$

进一步写成矩阵形式:

$$\Delta P = P^{\text{mean}} - P^N = J_k \cdot \Delta k \quad (5)$$

其中, P^N 表示测头的名义坐标值, Δk 是参数误差矢量, $\Delta k = [\Delta d_i, \Delta \alpha_{i-1}, \Delta a_{i-1}, \Delta \theta_{i0}, \Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z]$, $i = 1, 2, 3, \dots, 7$, $P^{\text{mean}} = (\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ 表示单点测量时测头的平均坐标值,即:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad \bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N z_i \quad (6)$$

J_k 是雅克比矩阵:

$$J_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_x}{\partial a_0} & \frac{\partial P_x}{\partial d_7} & \frac{\partial P_x}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial P_x}{\partial \theta_7} & \frac{\partial P_x}{\partial l_z} \\ \frac{\partial P_y}{\partial a_0} & \frac{\partial P_y}{\partial d_7} & \frac{\partial P_y}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial P_y}{\partial \theta_7} & \frac{\partial P_y}{\partial l_z} \\ \frac{\partial P_z}{\partial a_0} & \frac{\partial P_z}{\partial d_7} & \frac{\partial P_z}{\partial \alpha_6} & \frac{\partial P_z}{\partial \theta_7} & \frac{\partial P_z}{\partial l_z} \end{bmatrix} \quad (7)$$

2.2 运动学参数辨识

基于刚体微分法建立的误差模型是一个线性方程组,若有 N 组末端测头坐标值和关节转角数据,则由式(5)可得:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_1 \\ \Delta P_2 \\ \vdots \\ \Delta P_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta J_1 \\ \Delta J_2 \\ \vdots \\ \Delta J_N \end{bmatrix} \cdot \Delta k \quad (8)$$

为求得运动学参数误差向量 Δk , 可将式(8)转化为最小二乘问题,即:

$$\Delta k = (J^T \cdot J)^{-1} \cdot J^T \cdot \Delta P \quad (9)$$

由于采用单点标定的方法缺少距离信息,仅能够辨识出运动学参数中的角度参数 $(\Delta \alpha_{i-1}, \Delta \theta_{i0})$, 而长度参数 $(\Delta d_i, \Delta a_{i-1}, \Delta l_x, \Delta l_y, \Delta l_z)$ 难以被准确辨识出来。针对上述问题, Cheng 等^[27] 提出了一种对长度参数进行等比例放缩的方法对长度参数进行标定。此方法对长度参数进行等比例放缩,只会影响长度测量结果,并不会影响关节臂式坐标测量机的单点精度。如果利用两个锥孔距离提供的长度信息,则可以辨识长度参数。若只考虑长度参数误差,根据式(5)可知位置1处和位置2处的误差分别为:

$$\begin{aligned} \Delta P_1 &= J_{k1} \cdot \Delta k_L \\ \Delta P_2 &= J_{k2} \cdot \Delta k_L \end{aligned} \quad (10)$$

两个位置的距离误差为:

$$\Delta L = \Delta P_1 - \Delta P_2 = (J_{k1} - J_{k2}) \cdot \Delta k_L \quad (11)$$

令 $J_L = J_{k1} - J_{k2}$, 则有:

$$\Delta L = J_L \cdot \Delta k_L \quad (12)$$

为求得长度参数误差向量 Δk_L , 将式(12)转化为最小二乘问题,即:

$$\Delta k_L = (J_L^T \cdot J_L)^{-1} \cdot J_L^T \cdot \Delta L \quad (13)$$

上述方法能够对运动学参数中的长度参数进行辨识。完成长度参数辨识、提升单点测量精

度后,再采用等比例放缩法可以进一步提升长度测量精度。因此,本文采用角度参数辨识、长度参数辨识和长度参数放缩三种方法分步进行的策略对运动学参数进行辨识,流程如图 3 所示。

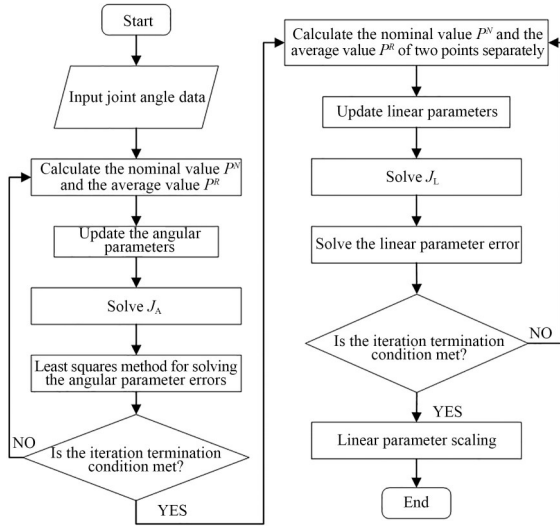


图 3 复合标定法流程

Fig. 3 Flow chart of compound calibration method

3 残余误差补偿建模

运动学标定能消除静态因素引起的误差,然而想要进一步提高关节臂式坐标测量机的测量精度及稳定性则需要进行非运动学标定,消除动态因素引起的残余。影响关节臂式坐标测量机测量精度的动态因素主要集中在第 2 关节到第 6 关节之间^[28],因此,本文着重分析了 2 到 6 关节之间的动态因素对测量精度的影响。

关节臂式坐标测量机的连杆和关节部分的质量并不是均匀分布,且测量构型的变动会导致关节臂式坐标测量机的重心发生变化,所以无法对重心位置进行准确地数学建模。同样地,也没有确定的数学模型能对回转不均匀和轴系晃动误差等动态因素进行严格描述。但与这些动态因素密切相关的关节臂式坐标测量机的测量构型却是可以用数学建模的方法得到。因此,关节臂式坐标测量机受动态因素的影响的问题可以转化为残余与其测量构型之间的关系问题。

3.1 测量构型与残余的关系建模

在使用关节臂式坐标测量机进行测量时,一旦第 1 关节、第 2 关节和第 6 关节的转角确定,则第

4 关节在空间的位置也就确定了下来,即测量构型确定了。反之,每次测量,只要基坐标系原点和测头位置确定,最后只需要确定第 4 关节的位置就能使得关节臂式坐标测量机的测量构型确定。因此,关节臂式坐标测量机的测量构型可以由基坐标原点位置、第 4 关节坐标系原点位置和测头位置决定。

对于任意测量任务来说,只要基坐标系和第 6 关节坐标系位置固定,进行摆臂测量时第 4 关节在测量空间中构成近似于圆形的轨迹(如图 4),本文将之称之为构型圆。

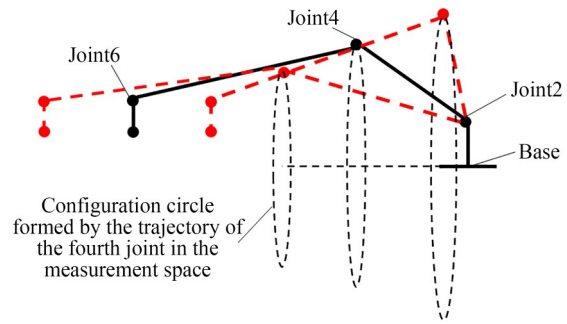


图 4 第 4 关节在空间中的轨迹

Fig. 4 Track of the 4th joint in the measurement space

图 4 表明,无论采用哪种测量构型进行测量,第 4 关节一定落在对应的构型圆上,只是在构型圆上的位置和构型圆的半径有所不同。因此,关节臂式坐标测量机的测量构型可由第 4 关节所在的构型圆及其在构型圆上的位置决定。

首先分析第 4 关节在任意构型圆上位置有相关联的因素。定义基坐标系原点、第 4 关节坐标系原点和第 6 关节坐标系原点组成的平面为 D_1 ,令基平面为 D_0 ,则如图 5 所示,第 4 关节在构型圆上的位置与 D_1 和 D_0 的夹角 ω 有关。

摆角 ω 可以由 D_1 与 D_0 对应的法向量之间的夹角表示。 D_0 的法向量 V_0 可表示为 $V_0 = [0, 0, z]$ 。其中 z 表示测头在 Z 轴方向的坐标值。 D_1 的法向量 V_1 可以表示为:

$$V_1 = P_{4i} \times P_{6i}, \quad (14)$$

其中: P_{4i} 表示第 4 关节在基坐标系下的坐标值,是齐次变换矩阵 $T_{0,4}$ 的第 4 列的 1~3 行; P_{6i} 表示第 6 关节在基坐标系下的坐标值,是齐次变换矩阵 $T_{0,6}$ 的第 4 列的 1~3 行:

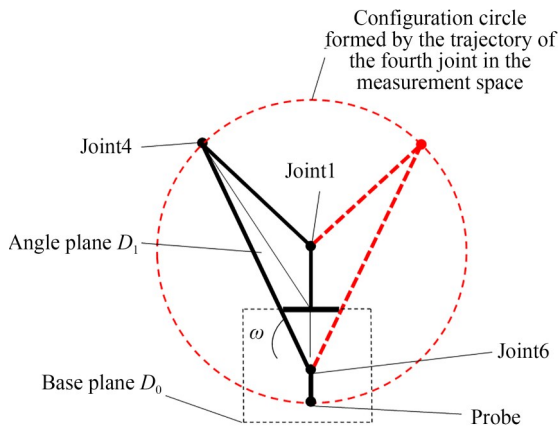


图 5 测量摆角 ω 示意图

Fig. 5 Diagram of measuring swing angle ω

$$T_{0,4} = T_{0,1} \cdot T_{1,2} \cdot T_{2,3} \cdot T_{3,4} = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & x_4 \\ n_y & o_y & a_y & y_4 \\ n_z & o_z & a_z & z_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{0,6} = T_{0,1} \cdot T_{1,2} \cdot T_{2,3} \cdot T_{3,4} \cdot T_{4,5} \cdot T_{5,6} = \begin{bmatrix} n_{4x} & o_{4x} & a_{4x} & x_6 \\ n_{4y} & o_{4y} & a_{4y} & y_6 \\ n_{4z} & o_{4z} & a_{4z} & z_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

完成法向量 V_0 和 V_1 的求取后即可根据空间向量夹角公式求得摆角 ω :

$$\omega = \arccos \frac{V_0 \cdot V_1}{\|V_0\| \|V_1\|} \quad (16)$$

上述摆角 ω 表示了第 4 关节在任意构型圆上的位置,接下来需要进一步分析第 4 关节具体位于哪一构型圆上。第 4 关节具体在哪一构型圆上的问题实际就是分析构型圆的半径和哪些因素有关。如图 6 所示,基坐标系到第 6 关节的连线与基平面之间的夹角和第 6 关节坐标原点与基坐标原点之间的连线长度决定了第 4 关节到基座的

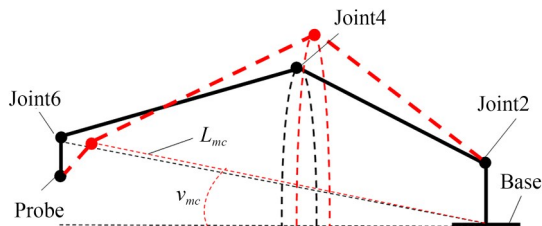


图 6 构型圆位置和半径示意图

Fig. 6 Diagram of the position and radius of the configuration circle

距离。第 4 关节到基座的距离一旦固定,那么构型圆的半径也就随之确定。令第 6 关节坐标原点到基坐标原点的连线与基平面之间的夹角为仰角 v_{mc} ,定义第 6 关节坐标原点与基坐标原点之间的连线长度为长度 L_{mc} ,而构型半径的大小可由仰角 v_{mc} 和长度 L_{mc} 所决定。

v_{mc} 实际是 P_{6i} 与基平面法向量 V_0 之间的夹角,同样根据空间向量夹角公式,得到仰角 v_{mc} 的表达式:

$$v_{mc} = \frac{\pi}{2} - \arccos \frac{V_0 \cdot P_{6i}}{\|V_0\| \|P_{6i}\|} \quad (17)$$

L_{mc} 实际就是第 6 关节坐标原点到基坐标系原点的欧氏距离:

$$L_{mc} = \sqrt{x_6^2 + y_6^2 + z_6^2} \quad (18)$$

虽然测头部分(第 6 关节到测头)和第 1 关节的动态因素可以忽略,但是它们转动会对残差值造成一定的影响。为了得到较为精确的残差补偿模型,下面依次分析第 1 关节和测头部分对残余误差值的影响。如图 7 所示,当测量构型固定时,将测头与基坐标系原点的连线投影到 XY 平面中,连线会随着第 1 关节的转动与 X 轴成不同大小的夹角 θ_r (本文称之为转角)。转角 θ_r 的改变则会使得同一测量构型下 X 和 Y 方向的残差值发生改变,但本质上是构型圆在空间中的位置发生了变化,从而使得第 4 关节的位置发生改变。因此,在构建测量构型参数时应当将 θ_r 考虑进去, θ_r 可以用以下公式求得:

$$\theta_r = \arctan \left(\frac{y_i}{x_i} \right) \quad (19)$$

下面分析测头部分旋转会对残差值的影响,如图 8 所示,当关节臂式测量机的测量构型确定后,测头部分可以绕第 6 关节进行旋转形成圆形轨迹,本文称之为测头圆。由于测头部分的动态因素忽略不计,所以真实的测头圆和名义上的测头圆半径相同,且测头在测头圆上的位置相同。

为了分析测头部分旋转会对残差值的影响,下面将测头圆投影到 XZ 平面进行分析。如图 9 所示当测头部分绕 6 轴旋转时,测头圆的圆心与测头的连线与 X 轴形成夹角 θ_p 。 θ_p 的大小不同可能会对残差值产生影响,故需要分析 θ_p 与残差值之间的数学关系。为了便于分析,令 L_p 为测头圆的半径、 L_{rc} 为两个测头圆之间 Z 方向的圆心距、

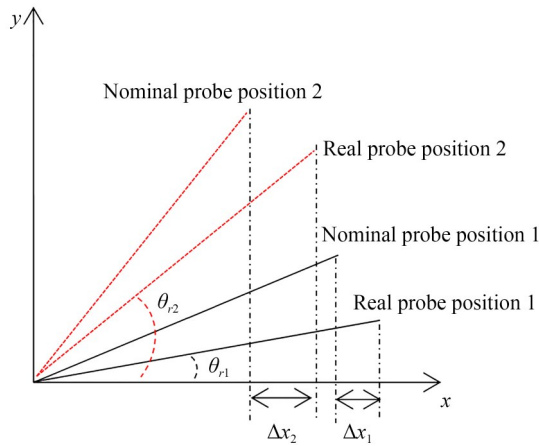


图 7 第一节对残差的影响
Fig. 7 Effect of first joint on residual value

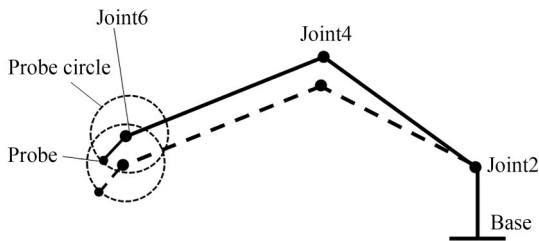


图 8 测头部分在空间中形成的轨迹
Fig. 8 Circular track formed by probe in moving space

L_{rx} 为两个测头圆之间 X 方向的圆心距。根据几何关系可以求得 X, Z 方向上残差值的表达式为:

$$\begin{aligned} \Delta z &= L_p \sin \theta_p + L_{rx} - L_p \sin \theta_p' = L_{rx} \quad (20) \\ \Delta x &= L_{rx} + L_p \cos \theta_p - L_p \cos \theta_p' = L_{rx} \end{aligned}$$

从式(20)可知, Z 和 X 方向上的残差值实际上只与两测头圆之间的圆心距有关(Y 方向同理)、与 θ_p 无关, 而圆心距只与测量构型有关。因此可知测头部分绕第 6 关节的旋转不会对残差值产生影响。

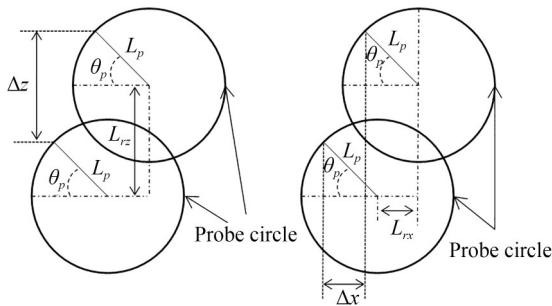


图 9 测头圆对残差值的影响
Fig. 9 Impacts of probe circle on residual value

基于上述分析, 本文最终以 ω, v_{mc}, L_{mc} 和 θ_r 四个参数来描述关节臂式坐标测量机的测量构型。测量构型参数 ($\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r$) 与关节臂式坐标测量机残余误差之间的关系如图 10 所示。

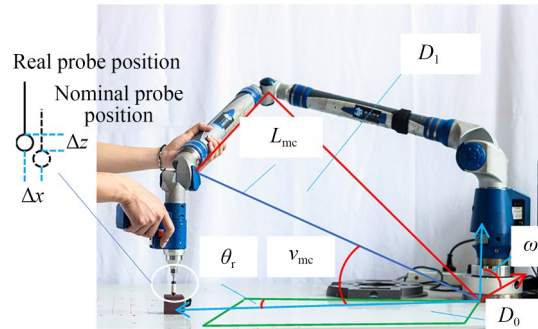
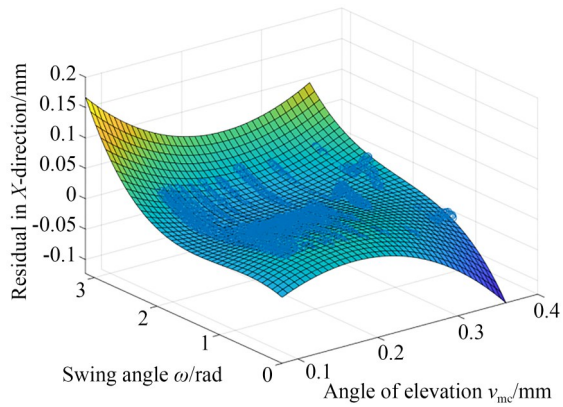


图 10 测量构型参数与残差
Fig. 10 Relationship between configuration parameters and residuals

下面通过残差分布图谱来分析测量构型参数与残差之间的关系。利用锥孔采集多摆角单点数据, 可以计算得到相应的测量构型参数和残差, 绘制残差分布图谱如图 11~图 13 所示。可以看出 2 个测量构型参数和残差之间存在明显的规律, 其形成了一个二维曲面, 但其与现有的可用函数描述的曲面均不相同, 因此, 很难通过数学建模的方法对其进行描述, 需要找到一种合适的方式将测量构型参数和残差的非线性关系拟合出来, 才能通过测量构型参数对残差值进行预测并补偿到测头坐标上, 完成残差补偿。

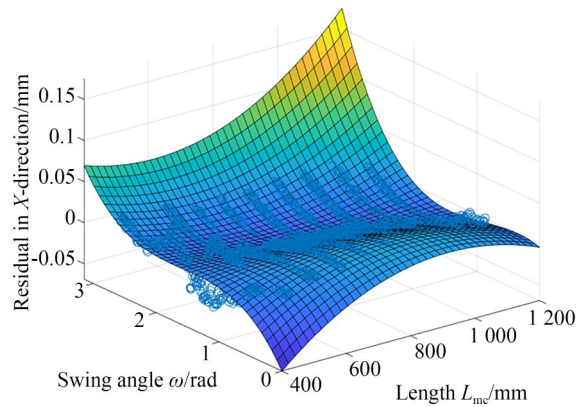
3.2 基于 ELM 的残差修正模型

3.1 节的分析表明测量构型与残差 ($\Delta x, \Delta y, \Delta z$) 之间存在着非线性映射关系, 所以寻找测量构型参数与残差组成的非线性关系是残差补偿的关键。神经网络建模可以不需要了解内部具体结构, 只需要具体的输入量和输出量经过一定的训练, 便可准确地拟合出输入量和输出量之间的关系。神经网络的基本思想是隐藏层对输入矢量进行变换, 将低维的输入数据变换到高维空间内, 使得在低维空间内的线性不可分问题在高维空间内线性可分。BP 神经网络、RBF 神经网络等神经网络常用于非线性函数的拟合。但 BP 神经网络和 RBF 神经网络等的学习速度通常较慢, 特别是当训练数据庞大时所消耗的时间成本



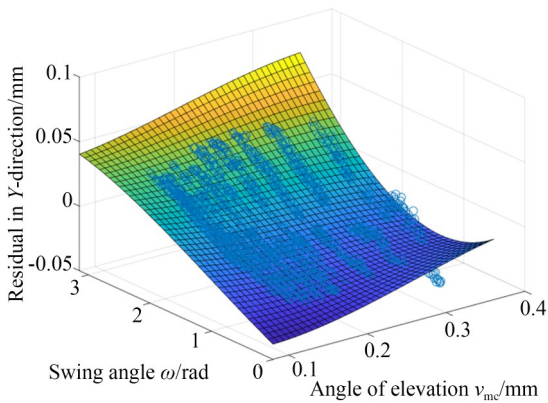
(a) 仰角、摆角与X轴方向残差的关系

(a) Relationship between elevation angle, swing angle and residual in X-direction



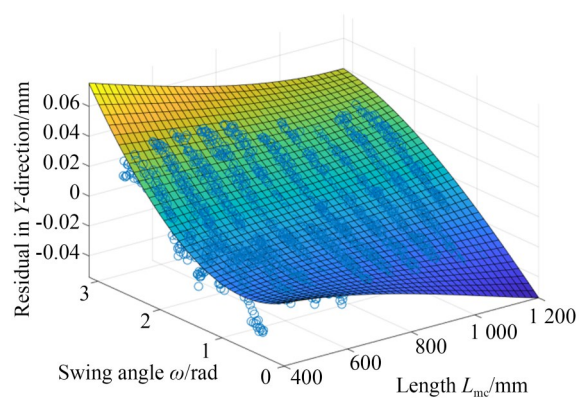
(a) 长度、摆角与X轴方向残差的关系

(a) Relationship between length, swing angle and residual in X-direction



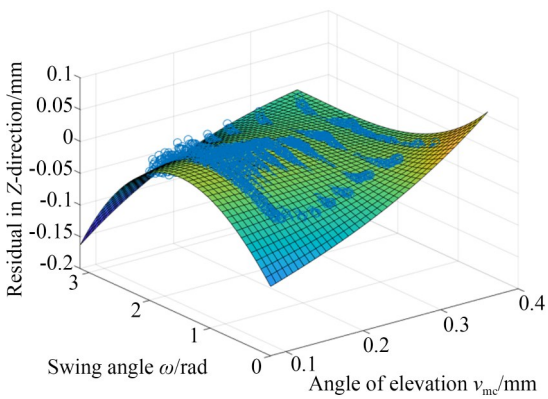
(b) 仰角、摆角与Y轴方向残差的关系

(b) Relationship between elevation angle, swing angle and residual in Y-direction



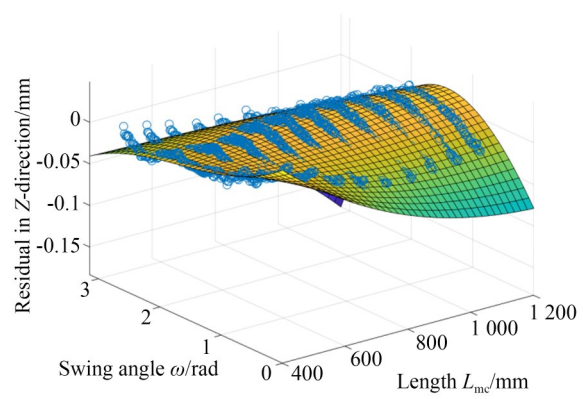
(b) 长度、摆角与Y轴方向残差的关系

(b) Relationship between length, swing angle and residual in Y-direction



(c) 仰角、摆角与Z轴方向残差的关系

(c) Relationship between elevation angle, swing angle and residual in Z-direction



(c) 长度、摆角与Z轴方向残差的关系

(c) Relationship between length, swing angle and residual in Z-direction

图 11 仰角和摆角与残差的关系

Fig. 11 Relationship of the elevation angle, swing angle and residual

图 12 长度和摆角与残差的关系

Fig. 12 Relationship of the length, swing angle and residual

高昂。极限学习机(Extreme Learning Machine, ELM)对前馈神经网络及其反向传播算法进行了

改进,隐含层节点的权重为随机或人为给定的,且不需要更新,学习过程仅计算输出权重,只需

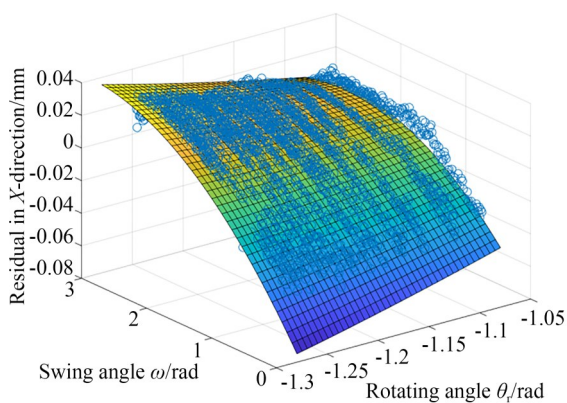
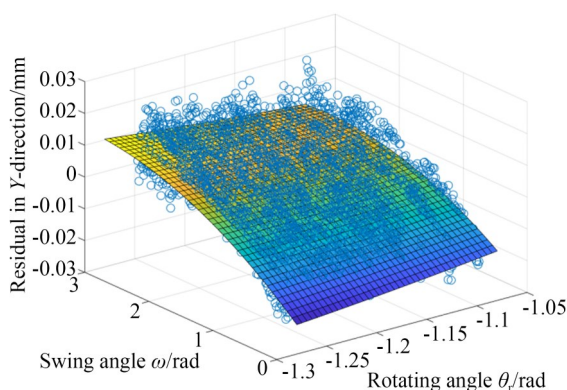
(a) θ_r , ω 与 X 轴方向残差的关系(a) relationship between θ_r , ω and X-axis direction residuals(b) θ_r , ω 与 Y 轴方向残差的关系(b) Relationship between θ_r , ω and Y-axis direction residuals

图 13 摆角和转角与残差之间的关系

Fig. 13 Relationship between swing angle and rotation angle and residuals in X and Y-directions

要一次迭代即可完成,极大缩短了训练所需时间,具有较好的自适应性^[29]。本文采用 ELM 建立残余误差补偿模型。

将测量构型 $(\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r)$ 作为 ELM 的输入参数,残差 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$ 作为输出量,建立 ELM 网络如图 14 所示。

本文通过计算机编程实现 ELM 算法,用于训练和保存 ELM 网络,ELM 网络的具体计算步骤如下:

步骤 1:确定 ELM 网络的输入量 $(\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r)$ 和输出量 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$,设置 ELM 网络隐藏层节点数为 300。

步骤 2:随机生成 ELM 网络的输入连接权重 W ,权值矩阵 W 的元素取 $[-1, 1]$ 之间的随机数。

步骤 3:随机生成 ELM 网络的隐藏层偏置矩

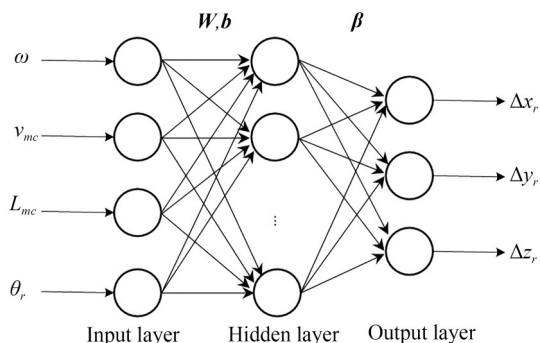


图 14 ELM 残差补偿模型

Fig. 14 Residual compensation model based on ELM

阵 b ,偏置矩阵 b 的元素取 $[0, 1]$ 之间的随机数。

步骤 4: Sigmoidal 函数具有平滑易于求导的优点,可以将低维特征映射到高维非线性空间中,是神经网络中常用的激活函数,本文确定以 Sigmoidal 函数为激活函数。

步骤 5:将实验采集计算得到的 ELM 网络输出量和输入量带入到模型中,可求解 ELM 网络的输出权重 β 。

步骤 6:将连接权重 W 、和偏置矩阵 b 和输出权重 β 保存下来,即可完成 ELM 网络训练。

步骤 7:在进行测量工作时将实时计算的输入量 $(\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r)$ 代入到训练好的 ELM 网络中计算输出量 $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$,并将其补偿到坐标值即可完成残差补偿:

$$\begin{aligned} x_{\text{new1}} &= x + \Delta x \\ y_{\text{new1}} &= y + \Delta y, \\ z_{\text{new1}} &= z + \Delta z \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $(x_{\text{new1}}, y_{\text{new1}}, z_{\text{new1}})$ 表示残差补偿后的测量坐标值。ELM 的训练流程和补偿过程如图 15 所示。

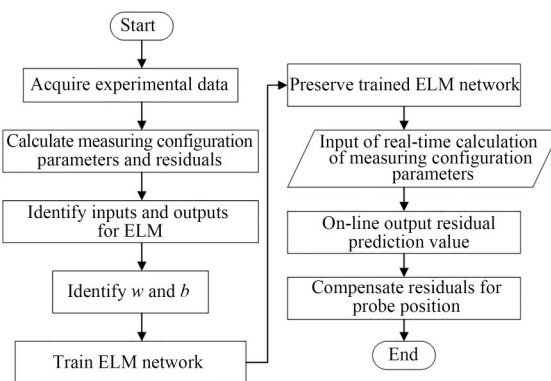


图 15 ELM 的训练流程图

Fig. 15 Training process of ELM

4 实 验

单点重复精度是关节臂式坐标测量机的重复性的主要衡量指标。为了定义单点重复精度,首先定义以下几个参数。

坐标误差值:

$$E_i = \sqrt{(x_i - \bar{x})^2 + (y_i - \bar{y})^2 + (z_i - \bar{z})^2}. \quad (22)$$

坐标误差平均值:

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i. \quad (23)$$

坐标误差标准差 σ :

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (E_i - E)^2}, \quad (24)$$

其中: E 代表所测数据的平均误差大小, σ 代表误差的波动幅度,可以用 E 和 σ 组合来定义关节臂式坐标测量机的单点重复精度(Repeat Precision, RP):

$$RP = E + 3\sigma. \quad (25)$$

4.1 运动学标定实验

根据上述推导的数学模型,编写了关节臂式坐标测量机参数辨识和补偿软件。该软件基于C++和QT5.12开发平台,具有数据采集、运动学标定和残差补偿的功能,图16为软件界面截图。利用该软件采集了500组关节角数据,将采集的数据导入事先写好的标定程序中,即可辨识得出标定后的运动学参数,如表2所示。



图 16 标定补偿软件

Fig. 16 Calibration compensation software

表 2 D-H 参数标定后的值

Tab. 2 D-H parameter of the AACMM after identification

No. of joints	Linkage length	Linkage offset	Torsion angle	Joint zero offset
i	a_{i-1}/mm	d_i/mm	α_{i-1}/rad	θ_{i0}/rad
1	42.682	156.861	1.5709	0.0370
2	42.663	0.925	1.5678	-0.0130
3	-28.776	596.025	-1.5690	0.0488
4	-29.256	1.119	-1.5722	0.0205
5	28.8376	597.249	1.5707	0.1036
6	-28.980	-1.717	-1.5594	0.0009
7	0.0060	227.133	-0.0873	0.0070

$\Delta L_x = -0.004 \text{ mm}, \Delta L_y = -0.184 \text{ mm}, \Delta L_z = 0.158 \text{ mm}$

为了验证运动学参数标定是否有效,需要采集数据进行验证。在工作台上采集了300组数据进行验证,标定前关节臂式坐标测量机分量上的误差分布如图17所示;标定后关节臂式坐标测量机分量上的误差分布如图18所示。

具体数据如表3所示,单点坐标误差的最大值、平均值、标准差由标定前的49.386 mm,26.498 mm,12.348 mm下降到标定后的0.054 mm,0.021 mm,0.009 mm,表明所提复合标定法有效。

为了进一步验证复合标定法在测量空间中的泛化性。在空间随机采集了20个点位的的数据,每个点位采集300组关节角,共计6000组数据。分别采用单点标定法和复合标定法标定后的模型计算重复误差,对比结果如图19所示。关节臂式坐标测量机的单点坐标误差最大值和RP由单点标定后的0.098 mm,0.084 mm下降到复合标定后的0.061 mm,0.055 mm,实验结果表明复合标定法优于单点标定法,具体数据如表4所示。

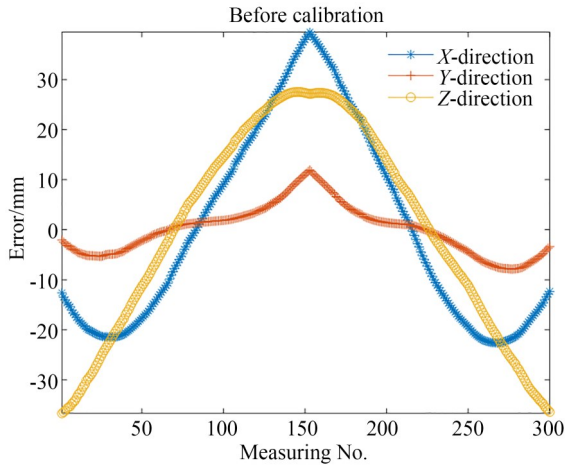


图 17 运动学标定前的误差分布图
Fig. 17 Error distribution before calibration

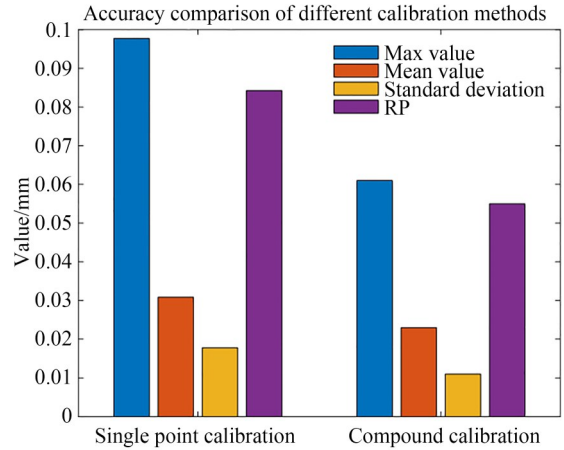


图 19 运动学标定效果对比
Fig. 19 Comparison of kinematic calibration effects

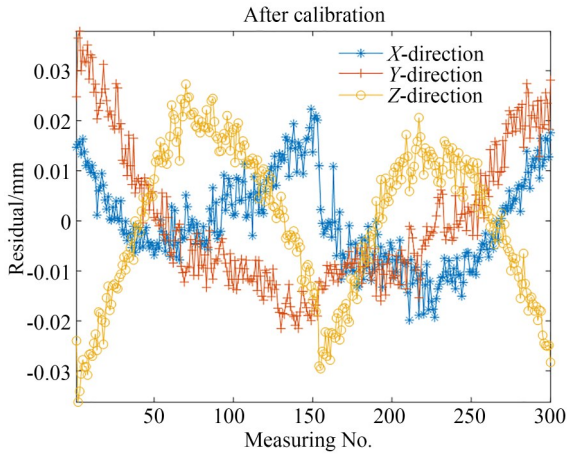


图 18 运动学标定后的误差分布图
Fig. 18 Error distribution after calibration

表 4 运动学标定效果对比

Tab. 4 Comparison of kinematic calibration effects(mm)

	Single point calibration	Compound calibration
Average	0.031	0.023
Standard deviation	0.018	0.011
Maximum	0.098	0.061
RP	0.084	0.055

表 3 复合运动学标定结果

Tab. 3 Compound kinematic calibration results (mm)

	Maximum	Average	Standard deviation
Before calibration	49.368	26.498	12.348
After calibration	0.054	0.021	0.009

4.2 残余误差补偿实验

在 800 mm 长度范围内以 40 mm 间隔, 每个点采集 300 组不同测量构型下的关节角。完成数据采集后, 计算相应的输入量($\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r$)和输出量($\Delta x, \Delta y, \Delta z$)并导入 ELM 模型中进行训练。当模型训练好后, 将验证数据集计算出的输入量($\omega, v_{mc}, L_{mc}, \theta_r$)代入到训练好的 ELM 模型中

计算输出量, 并补偿至坐标值中即可完成残差补偿。残差补偿效果如图 20 所示, 关节臂式坐标测量机的单点残差最大值和 RP 由补偿前 0.057 mm, 0.057 mm 下降到补偿后的 0.028 mm, 0.032 mm, 表明本文所提方法是有效的, 具体数据如表 5 所示。

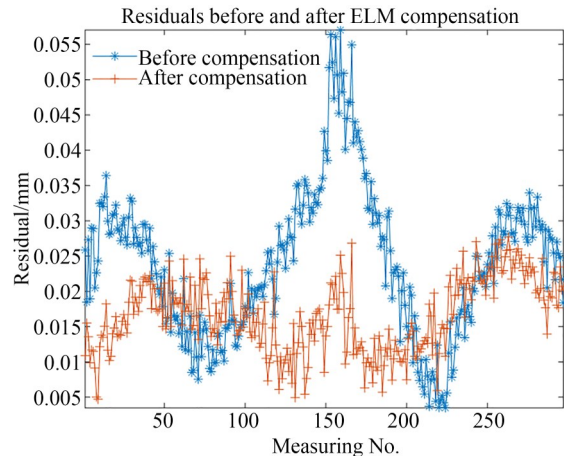


图 20 残差补偿结果
Fig. 20 Residual compensation results

表 5 残差补偿结果

Tab. 5 Residual compensation results (mm)

	Before compensation	After compensation
Average	0.024	0.017
Standard deviation	0.011	0.005
Maximum	0.057	0.028
RP	0.057	0.032

为了进一步验证所提方法在测量空间中的泛化性。在空间采集了 20 个点位的的数据,每个点位 300 组关节角共计 6 000 组数据。

首先完成了基于 ELM 测量构型修正模型 (MCCM-ELM) 和基于 BP 测量构型修正模型 (MCCM-BP) 的残差补偿对比实验。实验结果如图 21 所示, MCCM-ELM 补偿后,残差的最大值和 RP 由 0.061 mm, 0.055 mm 下降到 0.044 mm, 0.035 mm; MCCM-BP 补偿后,残差的最大值和 RP 由 0.061 mm, 0.055 mm 下降到 0.051 mm, 0.043 mm, 具体数据如表 6 所示。实验结果表明,在补偿效果上 MCCM-ELM 优于 MCCM-BP, 并且 ELM 训练时间为 0.375 s, BPNN 的训练时间是 17.874 s, 所以 MCCM-ELM 与 MCCM-BP 相比而言具有补偿效果更好、训练效率更高的优点。

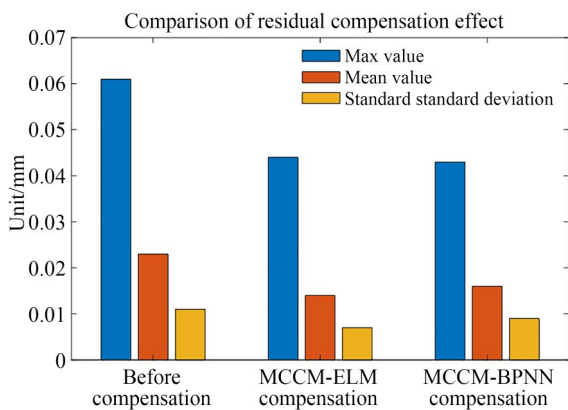


图 21 不同拟合算法的残差补偿效果

Fig. 21 Residual compensation effect of different fitting algorithms

完成不同拟合算法的对比实验后,进一步完成了 MCCM-ELM 和基于 ELM 第五关节修正模型 (FJCM-ELM) 的残差补偿对比实验。

表 6 不同拟合算法的残差补偿效果对比

Tab. 6 Comparison of residual compensation effects of different fitting algorithms (mm)

	Before compensation	MCCM-ELM	MCCM-BP
Average	0.023	0.014	0.016
Standard deviation	0.011	0.007	0.009
Maximum	0.061	0.044	0.051
RP	0.055	0.035	0.043

实验结果如图 22 所示, FJCM-ELM 在进行泛化性验证实验时出现了一些补偿无效的点位, 故 MCCM-ELM 的泛化性优于 FJCM-ELM, 具体数据如表 7 所示。综合上面两个对比实验可知, MCCM-ELM 具有泛化性更好、训练效率更高的优点。故本文最终选择 MCCM-ELM 作为残差预测补偿的模型。

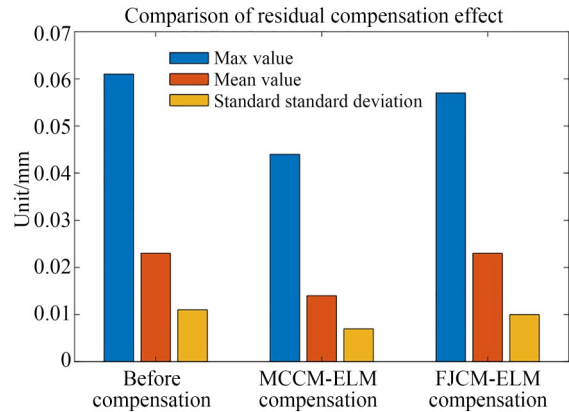


图 22 不同残差补偿模型的补偿效果

Fig. 22 Compensation effect of different residual compensation models

表 7 不同残差补偿模型的补偿效果对比

Tab. 7 Comparison of compensation effects of different residual compensation models (mm)

	Before compensation	MCCM-ELM	FJCM-ELM
Average	0.023	0.014	0.023
Standard deviation	0.011	0.007	0.010
Maximum	0.061	0.044	0.057
RP	0.055	0.035	0.053

由于残差补偿是针对单点进行补偿的, 单点

精度的提高只能表明重复精度的提高,下面对长度测量精度进行检验。使用 300 mm 标准量块作为测量对象,分别使用残差补偿前后的坐标值对其进行 120 次测量,其中 100 组数据用来放缩长度参数、20 组数据作为验证集,验证结果如图 23 所示。具体数据如表 8 所示,长度测量误差的最大值、平均值、标准差由补偿前的 0.137 mm, 0.033 mm, 0.037 mm 下降到补偿后的 0.074 mm, 0.021 mm, 0.019 mm。上述实验结果表明本文所提方法不仅可以提高关节臂式坐标测量机的重复精度还可以提高其长度测量精度。

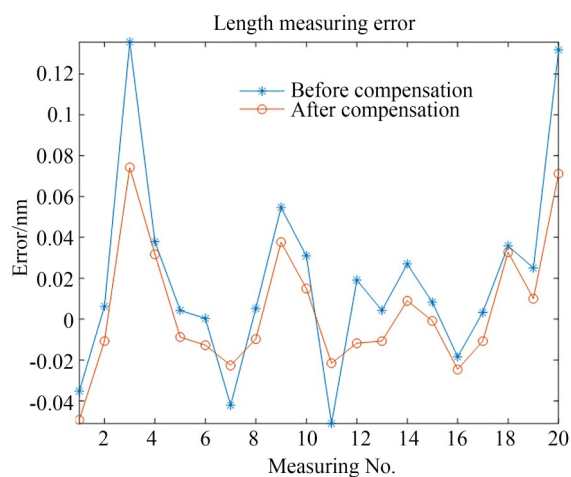


图 23 标准量块测量结果

Fig. 23 Measurement results of standard gauge

表 8 标准量块测量结果

Tab. 8 Measurement results of standard gauge (mm)

	Before compensation	After compensation
Average	0.033	0.021
Standard deviation	0.037	0.019
Maximum	0.137	0.074

5 结 论

本文以 7 自由度关节臂式坐标测量机为对象,分析了其测量构型对残余误差影响的特性。构建了以测量摆角、仰角、距离和转角为变量的测量构型,在此基础上提出了基于 ELM 的残差修正模型。单点精度对比测试实验结果表明:与只进行运动学标定相比,进行残差修正后关节臂式坐标测量机的坐标误差最大值下降 27.9%、均值下降 39.1%、标准差下降 36.4%。同样地,长度测量实验结果表明:进行残差修正后关节臂式坐标测量机长度测量误差的最大值下降 46.0%、均值下降 36.4%、标准差下降 48.6%。

实验中所用的 7 自由度关节臂式坐标测量机结构和坐标变换模型具有通用性,因此所使用方法能便捷、有效地提高类似结构的关节臂式坐标测量机的单点重复精度,对关节臂式坐标测量机精度补偿具有一定参考意义。

参考文献:

- [1] 于连栋,赵会宁. 关节类坐标测量机关键技术及进展[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(8): 1879-1888.
YU L D, ZHAO H N. Key technologies and advances of articulated coordinate measuring machines [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(8): 1879-1888. (in Chinese)
- [2] 余越,胡毅,胡鹏浩,等. 自驱动关节臂坐标测量机臂杆变形静态误差预测模型[J]. 仪器仪表学报, 2020, 41(8): 37-46.
YU Y, HU Y, HU P H, *et al.* Static error prediction model of linkage deformation of self-driven articulated arm coordinate measuring machine [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2020, 41(8): 37-46. (in Chinese)
- [3] KOVAC I, KLEIN A. Apparatus and a procedure

to calibrate coordinate measuring arms [J]. *Strojarski vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 2002, 48(1):17-32.

- [4] SHIMOJIMA K, FURUTANI R, TAKAMASU K, *et al.* The estimation method of uncertainty of articulated coordinate measuring machine [C]. 2002 *IEEE International Conference on Industrial Technology*, 2002. *IEEE ICIT '02. December 11-14, 2002, Bangkok, Thailand*. IEEE, 2003: 411-415.
- [5] YE D, CHE R, HUANG Q. Calibration for Kinematics Parameters of Articulated CMM [C]. *Proceedings of the Second International Symposium on Instrumentation Science and Technology*, 2002: 3-145.
- [6] RIM C, RIM C H, CHEN G, *et al.* A kinematic calibration method of the articulated arm coordinate

- measuring machine using niching chaos optimization algorithm [J]. *Journal of Testing and Evaluation*, 2020, 48(4): 20180174.
- [7] CHEN X Z, ZHAN Q. The kinematic calibration of an industrial robot with an improved beetle swarm optimization algorithm [J]. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2022, 7(2): 4694-4701.
- [8] 潘志康, 祝连庆, 郭阳宽. 基于内点法实现关节式坐标测量机参数标定 [J]. *仪器仪表学报*, 2018, 39(3): 117-123.
- PAN Z K, ZHU L Q, GUO Y K. Parameter calibration for articulated arm coordinate measuring machine based on interior point algorithm [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(3): 117-123. (in Chinese)
- Parameter calibration for articulated arm coordinate measuring machine based on interior point algorithm
- [9] 于连栋, 曹家铭, 赵会宁, 等. 关节臂式坐标测量机的运动学建模 [J]. *光学精密工程*, 2021, 29(11): 2603-2612.
- YU L D, CAO J M, ZHAO H N, *et al.* Kinematics model of articulated arm measuring machine [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2021, 29(11): 2603-2612. (in Chinese)
- [10] 夏军勇, 刘科进, 钟飞, 等. 运用改进的教学-模拟退火算法辨识关节臂式三坐标测量机的结构参数 [J]. *中国机械工程*, 2023, 34(3): 314-323
- XIA J Y, LIU K J, ZHONG F, *et al.* Structural parameter identification for articulated arm coordinate measuring machines using modified teaching-learning-based optimization optimized by simulated annealing algorithm [J]. *China Mechanical Engineering*, 2023, 34(3): 314-323 (in Chinese)
- [11] LUO G, ZOU L, WANG Z, *et al.* A novel kinematic parameters calibration method for industrial robot based on Levenberg-Marquardt and Differential Evolution hybrid algorithm [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2021, 71: 102165.
- [12] BENCIOLINI B, VITTI A. A new quaternion based kinematic model for the operation and the identification of an articulated arm coordinate measuring machine inspired by the geodetic methodology [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2017, 112: 192-204.
- [13] 冯旭刚, 朱嘉齐, 章家岩. 关节臂式坐标测量机的数学建模及参数标定 [J]. *仪器仪表学报*, 2019, 40(2): 190-197.
- FENG X G, ZHU J Q, ZHANG J Y. Mathematical model and parameter calibration of articulated arm coordinate measuring machine [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2019, 40(2): 190-197. (in Chinese)
- [14] LU J, GAO G B. Kinematic modeling and simulation of articulated arm coordinate measuring machines based on MCPC method [C]. *SPIE Proceedings, Sixth International Symposium on Precision Mechanical Measurements. Guiyang, China.* SPIE, 2013: 932-937.
- [15] HUANG K, MO J, FU Z, *et al.* Screw theory-based mathematical model and parameter calibration for articulated arm coordinate measuring machine [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology*. 2010, 38(4): 94-97.
- [16] RAMU P, YAGÜE JA, HOCKEN RJ, *et al.* Development of a parametric model and virtual machine to estimate task specific measurement uncertainty for a five-axis multi-sensor coordinate measuring machine [J]. *Precision Engineering*, 2011, 35(3): 431-439.
- [17] LI C, WU Y Q, LÖWE H, *et al.* POE-based robot kinematic calibration using axis configuration space and the adjoint error model [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2016, 32(5): 1264-1279.
- [18] BOBY R A. Kinematic identification of industrial robot using end-effector mounted monocular camera bypassing measurement of 3-D pose [J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2022, 27(1): 383-394.
- [19] HAMANA H, TOMINAGA M, OZAKI M, *et al.* Calibration of articulated arm coordinate measuring machine considering measuring posture [J]. *International Journal of Automation Technology*, 2011, 5(2): 109-114.
- [20] 许铀, 熊会元, 宗志坚, 等. 基于测量臂构型的单点残差修正方法 [J]. *仪器仪表学报*, 2011, 32(4): 775-780
- XU Y, XIONG H Y, ZONG Z J, *et al.* Single-point residual correction method for multi-joint arm based on pose configuration [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2011, 32(4): 775-780 (in Chinese)
- [21] 高群, 许铀, 于丽敏, 等. 基于测量构型周期性特性的多关节测量系统残差修正方法 [J]. *仪器仪表*

- 学报, 2018, 39(5): 24-32.
- GAO Q, XU Y, YU L M, *et al.* Residual correction method for articulated arm coordinate measuring machine based on configuration periodicity[J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2018, 39(5): 24-32. (in Chinese)
- [22] ZHAO H N, YU L D, CAO J M, *et al.* Improving the measuring length accuracy of articulated arm coordinate measuring machine using artificial neural network [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2020, 91(12).
- [23] ZHAO G, ZHANG P, MA G, *et al.* System identification of the nonlinear residual errors of an industrial robot using massive measurements[J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2019, 59: 104-114.
- [24] NGUYEN HN, ZHOU J, KANG HJ. A calibration method for enhancing robot accuracy through integration of an extended Kalman filter algorithm and an artificial neural network[J]. *Neurocomputing*, 2015, 151: 996-1005.
- [25] DENAVIT J, HARTENBERG R S. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1955, 22(2): 215-221.
- [26] 高贯斌, 王文, 林铿, 等. 应用改进模拟退火算法实现关节臂式坐标测量机的参数辨识[J]. 光学精密工程, 2009, 17(10): 2499-2505.
- GAO G B, WANG W, LIN K, *et al.* Parameter identification based on modified annealing algorithm for articulated arm CMMs[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2009, 17(10): 2499-2505. (in Chinese)
- [27] CHENG L, WANG W, WENG Y X, *et al.* A novel kinematic parameters identification method for articulated arm coordinate measuring machines using repeatability and scaling factor[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018, 2018: 1-10.
- [28] 许铀, 高群. 基于光栅编码器的柔性测量臂位置精度研究[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(2) 336-342
- XU Y, GAO Q. AACMM Position accuracy distribution research based on the accuracy of grating encoder [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2017, 38(2)336-342(in Chinese)
- [29] HUANG G B, ZHU Q Y, SIEW C K. Extreme Learning Machine: A New Learning Scheme of Feedforward Neural Networks[C]. 2004 *IEEE International Joint Conference on Neural Networks (IEEE Cat. No. 04CH37541)*. 25-29, 2004, Budapest, Hungary. IEEE, 2005: 985-990.

作者简介:



高贯斌(1979—),男,山东菏泽人,博士,教授,博士生导师,2001年、2004年于东北大学获得学士、硕士学位,2010年于浙江大学获得博士学位,主要研究方向为机器人学、精密测量与控制、智能康复外骨骼。E-mail: gb-gao@kust.edu.cn

通讯作者:



刘飞(1991—),男,河南商丘人,博士研究生,2015年于河南理工大学获得学士学位,2018年于昆明理工获得硕士学位,主要研究方向为机器人学、精密测量与控制。E-mail: feiliu2017@foxmail.com